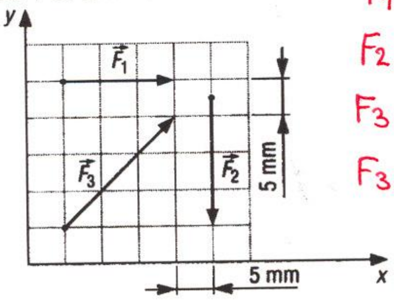
	SCIENCES DE L'INGENIEUR	Exercices CORRECTION FC.01
Modéliser et représenter le réel		Forces & moments

Exercice 1 : L'échelle utilisée pour représenter les forces est 1 mm pour 20 N.

- *Déterminer les modules des forces $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ ci-dessous.*
- *Ecrire ces modules en Newtons, daN et kN.*



$F_1 = 300\,N = 30\,daN = 0,3\,kN$

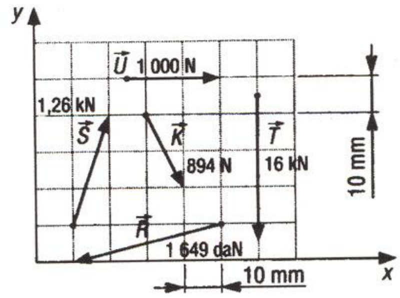
$F_2 = 340\,N = 34\,daN = 0,34\,kN$

$F_3 = \sqrt{300^2 + 300^2} = 424\,N$

$F_3 = 42,4\,daN = 0,424\,kN$

Exercice 2 : L'échelle utilisée pour représenter les forces ci-dessous est 1 mm pour 40 daN.

- *Compte tenue de cette échelle, le tracé des différentes forces est-il correct ?*



$U = 960\,N$

$T = 1440\,N$

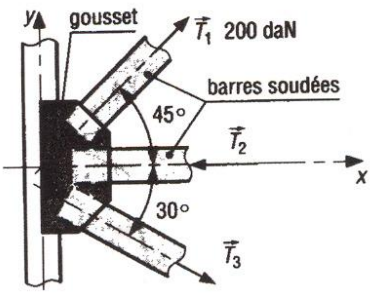
$K = \sqrt{400^2 + 800^2} = 894,4\,N$

$S = \sqrt{1200^2 + 400^2} = 1,26\,kN$

$R = \sqrt{400^2 + 1600^2} = 164,9\,daN$

Exercice 3 :

- *Déterminer les composantes X_{T1} et Y_{T1} de la tension $\overrightarrow{T1}$ de la barre 1.*
- *Déterminer la composante Y_{T3} et le vecteur force $\overrightarrow{T3}$ sachant que X_{T3} a pour module 100 daN.*
- *Déterminer $\overrightarrow{T2}$ sachant que $X_{T1} + X_{T2} + X_{T3} = 0$.*



$X_{T1} = T_1 \cos 45 = 141,4\,daN$

$Y_{T1} = T_1 \sin 45 = 141,4\,daN$

$100 = T_3 \cos 30 \Rightarrow T_3 = \frac{100}{\cos 30}$

$T_3 = 115,5$

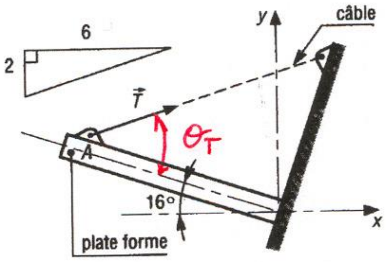
$X_{T2} = -141,4 - 115,5$

$X_{T2} = -256,9$

$T_2 = X_{T2} = -256,9$

Exercice 4 :

- *Déterminer les caractéristiques du vecteur $\vec{T}$.*
- *Sachant que la composante X_T de la tension $\vec{T}$ du câble en A est de 90 daN, déterminer la composante Y_T et le module de $\vec{T}$.*



$\theta_T = \tan^{-1}\left(\frac{2}{6}\right) = 18,43°$

$X_T = 90$ ~~et~~ $\tan\theta = \frac{Y_T}{X_T}$

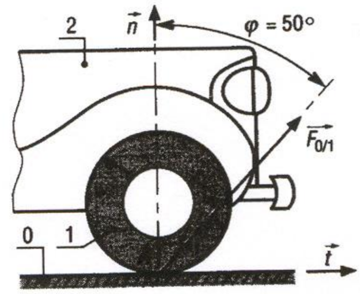
$Y_T = X_T \tan\theta = 90 \cdot \tan 18.43$

$Y_T = 29,99 \simeq 30$

$T = \sqrt{90^2 + 30^2} = 94,87$

Exercice 5 : L'action exercée par la route 0 sur la roue motrice 1 est schématisée par le vecteur $\overrightarrow{F_{0/1}}$. L'effort normal $\overrightarrow{N_{0/1}}$ porté par $\vec{n}$ a pour valeur 400 daN.

- *Déterminer $\overrightarrow{F_{0/1}}$ et $\overrightarrow{T_{0/1}}$ (suivant $\vec{t}$) sachant que $\overrightarrow{F_{0/1}} = \overrightarrow{N_{0/1}} + \overrightarrow{T_{0/1}}$.*



$400 = F_{0/1} \cdot \cos\varphi = F_{0/1} \cdot \cos 50$

$F_{0/1} = \frac{400}{\cos 50} = 622.3$ daN

$T_{0/1} = F_{0/1} \cdot \sin 50$

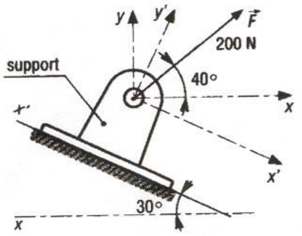
$T_{0/1} = 622,3 \sin 50 = 476,71$ daN

Exercice 6 :

- *Déterminer les composantes de la force $\vec{F}$ par rapport aux repères (x, y) et (x', y').*

$XF_x = 200 \cdot \cos 40 = 153,21$

$YF_y = 200 \sin 40 = 128,56$

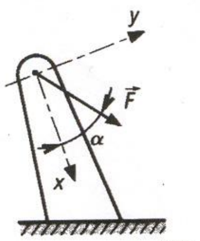


$XF_{x'} = 200 \cdot \cos 70 = 68,40$

$YF_{y'} = 200 \cdot \sin 70 = 187,94$

Exercice 7 :

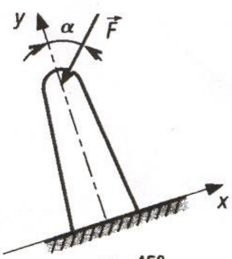
- *Ecrire les composantes X_F et Y_F des forces $\vec{F}$ indiquées en fonction du module et des angles α et β. $\|\vec{F}\| = 1000N$ dans les quatre cas.*



$\alpha = 30°$

$F_x = 866$

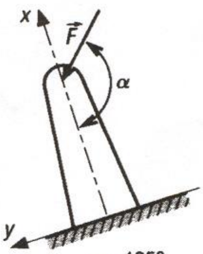
$F_y = 500$



$\alpha = 45°$

$F_x = -707$

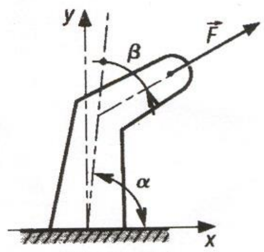
$F_y = -707$



$\alpha = 135°$

$F_x = -707$

$F_y = 707$



$\alpha = 80°$; $\beta = 35°$

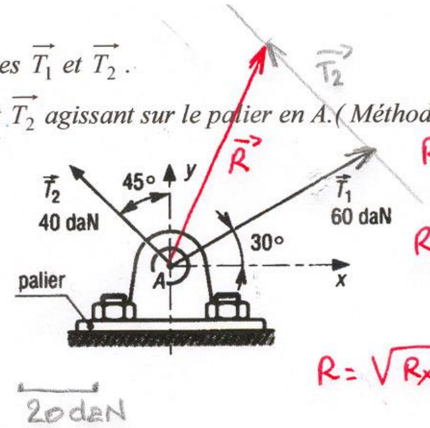
$F_x = 707$

$F_y = 707$

Exercice 8 :

- *Définir les caractéristiques des forces $\overrightarrow{T_1}$ et $\overrightarrow{T_2}$.*
- *Déterminer la résultante $\overrightarrow{R}$ de $\overrightarrow{T_1}$ et $\overrightarrow{T_2}$ agissant sur le palier en A.(Méthode graphique et analytique).*

	·	/	↗	H
$\overrightarrow{T_1}$	A	30°	↗	60daN
$\overrightarrow{T_2}$	A	45°	↖	40daN



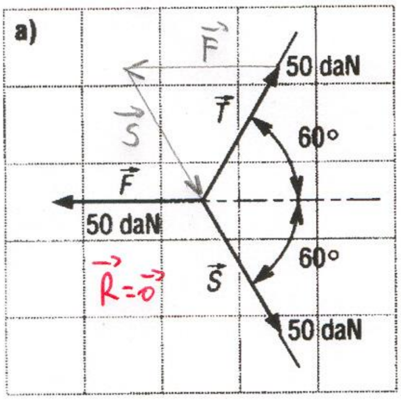
$R_x = T_1x + T_2x = 60\cos 30 - 40\cos 45$
$= 51,96 - 28,28 = 23,67$

$R_y = T_1y + T_2y = 60\sin 30 + 40\sin 45$
$= 30 + 28,28 = 58,28$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{23,67^2 + 58,28^2} = 62,90$

Exercice 9 :

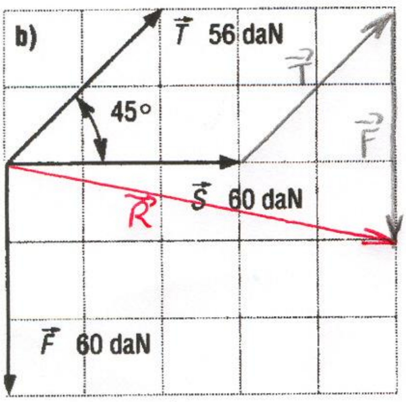
- *Pour les trois cas proposés, déterminer la résultante des trois forces $\vec{F}$, $\vec{T}$ et $\vec{S}$. (Méthode graphique en face de chaque figure, méthode analytique à part).*



$R_x = T_x + S_x + F_x = 50\cos 60 + 50\cos 60 - 50 = 0$

$R_y = T_y + S_y + F_y = 50\sin 60 - 50\sin 60 = 0$

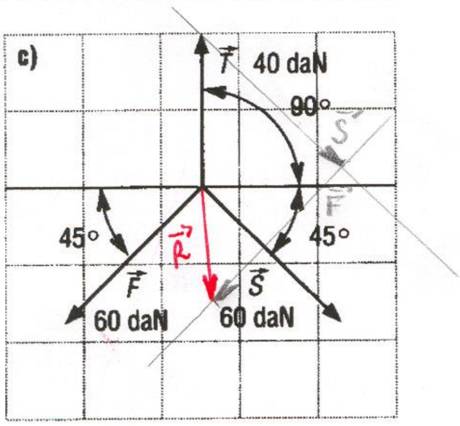
$R = 0$



$R_x = T_x + S_x + F_x = 56\cos 45 + 60 = 99,59$

$R_y = T_y + S_y + F_y = 56\sin 45 - 60 = -20,40$

$R = \sqrt{99,59^2 + 20,4^2} = 101,66$.



$R_x = T_x + S_x + F_x = 60\cos 45 - 60\cos 45 = 0$

$R_y = T_y + S_y + F_y = -60\sin 45 - 60\sin 45 + 40 = -44,85$

$R = 44,85$

Exercice 10 :

- *Compléter le tableau ci-dessous et représenter graphiquement les vecteurs forces aux échelles indiquées. Préciser les valeurs des composantes pour chaque vecteur force.*

Vecteurs forces	Echelle adoptée	Longueur du vecteur tracé à son échelle	Direction du support par rapport à l'axe horizontal	Coordonnées X_F	Coordonnées Y_F	Module	Valeurs des composantes X_F	Valeurs des composantes Y_F
$\vec{T}$	1 mm→4 N	50mm	90°	0	<0	200 N	0	-200
$\vec{A}$	1 mm→20 daN	57mm	30°	>0	>0	1140 daN	987,3	570
$\vec{B}$	1 mm→5 N	60 mm	45°	<0	<0	300 N	-212,1	-212,1
$\vec{M}$	1 mm→7 daN	75 mm	135°	>0	<0	525 daN	371,2	-371,2
$\vec{D}$	1 mm→60 kN	125 mm	150°	<0	>0	7500 kN	-6495	3750

Exercice 11 :

- *Ecrire les composantes suivant les directions x et y des différentes forces.*
- *Que peut-on dire de la somme des trois forces suivant les différentes directions ?*

$\alpha A = \tan^{-1} \frac{1}{2} = 26{,}56$

$\alpha T = \tan^{-1} \frac{0{,}78}{2} = 21{,}30$

$A_x = 3400 \cdot \cos 26{,}56 = 3041{,}2$

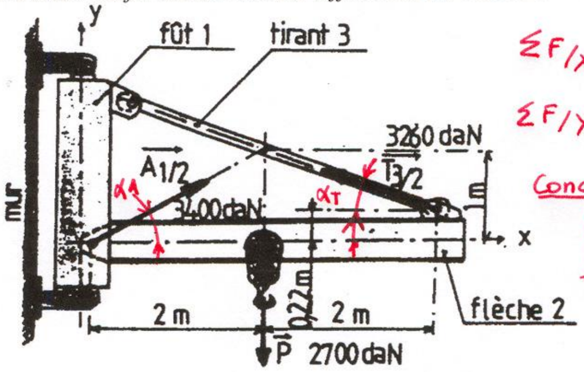
$A_y = 3400 \cdot \sin 26{,}56 = 1520{,}3$

$T_x = -3260 \cdot \cos 21{,}3 = -3037{,}3$

$T_y = 3260 \cdot \sin 21{,}3 = 1184{,}2$

$P_x = 0$

$P_y = -2700$



$\Sigma F/x = 3041{,}2 - 3037{,}31 = 3{,}89$

$\Sigma F/y = 1520{,}3 + 1184{,}2 - 2700 = 4{,}5$

Conclusion :
Le système n'est pas en équilibre.

Exercice 12 : Les trois barres sont articulées sur un support soudé sur un pilier.

- *Déterminer les angles α et β.*
- *Effectuer les projections orthogonales des vecteurs $\vec{T_1}$, $\vec{T_2}$ et $\vec{T_3}$ sur les axes $\vec{x}$ et $\vec{y}$.*
- *Effectuer la somme vectorielle : $\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{T_3}$ graphiquement puis analytiquement.*

$T_1 = 5\,N$

$T_2 = 30\,N$

$T_3 = 4\,N$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{120}{260}\right) = 24{,}77$

$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{120}{100}\right) = 50{,}19$

$T_{1x} = 5 \cdot \cos 24{,}77 = 4{,}53$

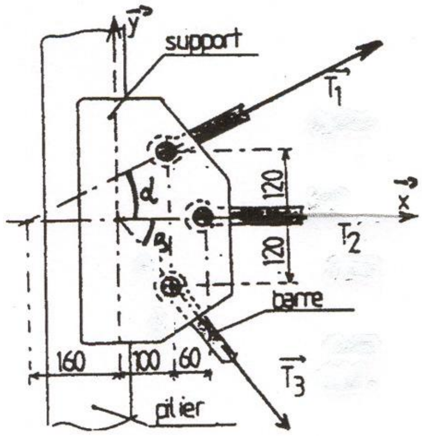
$T_{1y} = 5 \cdot \sin 24{,}77 = 2{,}09$

$T_{2x} = 30$

$T_{2y} = 0$

$T_{3x} = 4 \cos 50{,}19 = 2{,}56$

$T_{3y} = -4 \sin 50{,}19 = -3{,}07$



$T_{1x} + T_{2x} + T_{3x} = 37{,}09$

$T_{1y} + T_{2y} + T_{3y} = -0{,}98$

$S = T_1 + T_2 + T_3$

$S = \sqrt{37{,}09^2 + 0{,}98^2}$

$S = 37{,}10$

Exercice 13 : Le palier à roulement proposé est soumis aux actions A et B .

- *Calculer les composantes horizontales et verticales des forces $\vec{A}$ et $\vec{B}$.*
- *Déduire la résultante des deux forces.*

$Ax = 35 \cos 40 = 26{,}81$

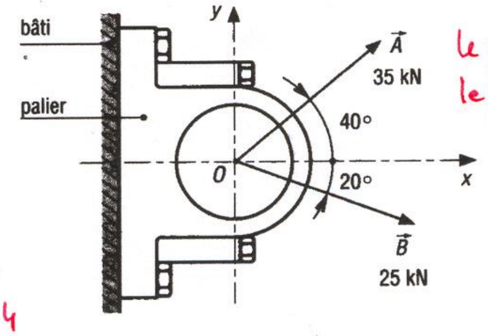
$Ay = 35 \sin 40 = 22{,}49$

$Bx = 25 \cos 20 = 23{,}49$

$By = -25 \sin 20 = -8{,}55$

$Rx = Ax + Bx = 26{,}81 + 23{,}49 = 50{,}30$

$Ry = Ay + By = 22{,}49 - 8{,}55 = 13{,}94$



$R = \sqrt{50{,}3^2 + 13{,}94^2} = 52{,}19$

le pt d'application de R est le point O .

Direction :

$\theta_R = \tan^{-1}\left(\frac{13{,}94}{50{,}3}\right) = 15{,}49°$

Exercice 14 : $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ et $\vec{F_4}$ schématisent les actions exercées par la tête de la vis.

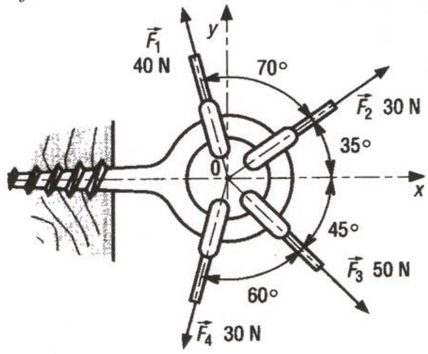
- *Déterminer la résultante des quatre forces.*

$F_2 \begin{cases} Fx = 30 \cos 35 = 24{,}57 \\ Fy = 30 \sin 35 = 17{,}20 \end{cases}$

$F_1 \begin{cases} Fx = -40 \cos 75 = -10{,}35 \\ Fy = 40 \sin 75 = 38{,}64 \end{cases}$

$F_3 \begin{cases} Fx = 50 \cos 45 = 35{,}35 \\ Fy = -50 \sin 45 = -35{,}35 \end{cases}$

$F_4 \begin{cases} Fx = -30 \cos 75 = -7{,}76 \\ Fy = -30 \sin 75 = -28{,}98 \end{cases}$



$Rx = 41{,}81$

$Ry = -8{,}49$

$\theta_R = \tan^{-1}\left(\frac{-8{,}49}{41{,}81}\right) = -11{,}48$

$R = \sqrt{41{,}81^2 + 8{,}49^2} = 42{,}66$

Exercice 15 : Les forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ schématisent les actions exercées par d'autres roues dentées.

- *Déterminer la résultante des trois forces.*

Calculer le moment résultant en O des trois forces.

$$\|\vec{F}_1\| = \|\vec{F}_2\| = \|\vec{F}_3\| = 20000N$$

$M_{/O}\vec{F_1} = M_{/O}\vec{F_2} = M_{/O}\vec{F_3}$

$M_{/O}\vec{F_1} = F_1x \cdot 0{,}09 + F_1y \cdot 0$

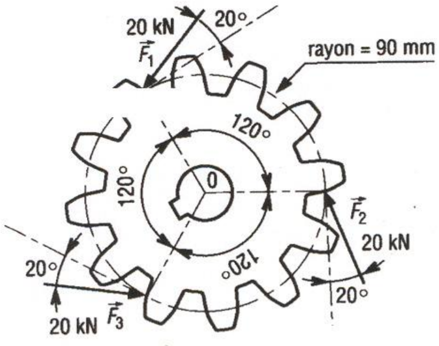
$= 20\,000 \cdot 0{,}09$

$= 1800$ N.m .

$M_R(F_1, F_2, F_3) = 3 \times M_{/O}\vec{F_1}$

$= 3 \times 1800$

$= 5400$ Nm



Exercice 16 : Les forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ schématisent les actions exercées sur la structure en treillis.

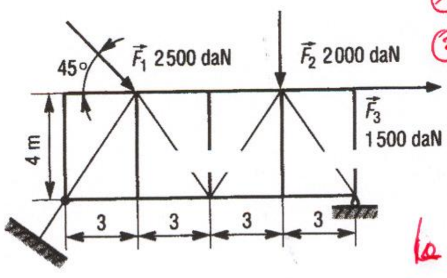
- *Déterminer la résultante des trois forces.*
- *Déterminer l'angle du support de la résultante.*
- *Déterminer la position du support de la résultante (Ecrire la somme des moments par rapport au point O).*

$$\|\vec{F}_1\| = 25000N, \|\vec{F}_2\| = 20000N, \|\vec{F}_3\| = 15000N$$

$R_x = 2500 . \cos 45 + 1500$
$= 3267,77$

$R_y = -2500 . \sin 45 - 2000$
$= -3767,77$

$\theta_R = \tan^{-1}\left(\dfrac{-3767,77}{3267,77}\right) = -49,06°$



O

$\sum M_{/O}(F_1 F_2 F_3) = M_{/O} R$

① $2500 . \cos 45 \times 4 + 1500 \times 4 = 3267,77 . y$

② $-2500 . \sin 45 \times 3 - 2000 \times 9 = -3767 . x$

① $\Rightarrow y = 3,999 \simeq 4$

② $\Rightarrow x = 6,18$

le point d'application de $\vec{R}$ à pour coordonnées $\begin{pmatrix} 4 \\ 6,18 \end{pmatrix}$

Exercice 17 : Le poids du camion à vide est schématisé par $\vec{P}_1$ et le poids du matériau contenu dans la benne par $\vec{P}_2$.

- *Déterminer la résultante des deux forces.*
- *Déterminer la position du support de la résultante.*

$$\|\vec{P}_1\| = 110000N; \|\vec{P}_2\| = 150000N$$

$P = P_1 + P_2 = 260\,000$ N

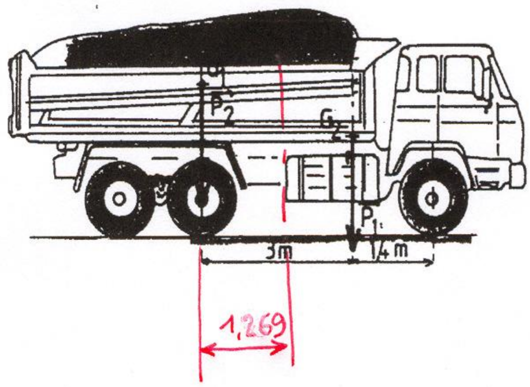
Direction de $\vec{p}$ est verticale

$M_{/G_1} \vec{P} = M_{/G_1} \vec{P_1} + M_{/G} \vec{P_2}$

$P . d = P_2 . 3$

$260\,000 . d = 110\,000 . 3$

$d = \dfrac{110\,000 . 3}{260\,000} = 1,269$



Exercice 18 : Le poids de la partie camion est schématisé par $\|\vec{P}_1\| = 150000N$, $\|\vec{P}_2\| = 90000N$ le poids du corps de la grue et $\|\vec{P}_3\| = 70000N$ le poids de la flèche téléscopique.

- *Déterminer la résultante des trois forces.*
- *Déterminer la position du support de la résultante.*

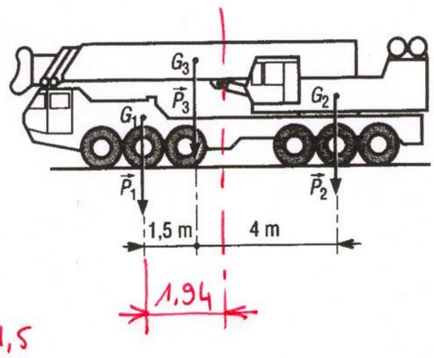
$P = P_1 + P_2 + P_3 = 310\,000$

la direction de $\vec{P}$ est verticale.

$M_{/G_1} \vec{P} = M_{/G} \vec{P_1} + M_{/G_1} \vec{P_2} + M_{/G_1} \vec{P_3}$

$310\,000 . d = 90\,000 . 5,5 + 70\,000 . 1,5$

$d = \dfrac{90\,000 . 5,5 + 70\,000 . 1,5}{310\,000}$



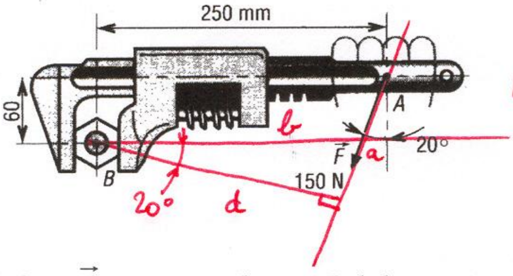
$d = 1,94$

Exercice 19 : La force $\vec{F}$ schématise l'action de serrage exercée par l'opérateur.

- *Calculer le moment en B (« couple » de serrage sur l'écrou) de la force $\vec{F}$.*

Calcul de a :
$\tan 20 = \frac{a}{60}$
$a = 60 \tan 20$
$a = 21,83$

Calcul de b :
$b = 250 - a$
$b = 250 - 21,83$
$b = 228,16$



Calcul de d :
$d = b . \cos 20$
$d = 228,16 . \cos 20$
$d = 214,4$

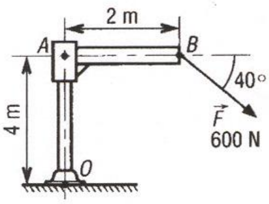
$M_B = - F . d = 150 . 214,4$
$= 32160$ mm N

Soit $M_B = 32,16$ m N

Exercice 20 :

- *Déterminer le moment en O de la force $\vec{F}$ agissant sur le point B de la potence.*

$\vec{F} = \vec{F_x} + \vec{F_y}$
$F_x = F \cos 40 = 600 \cos 40 = 459,63$
$F_y = - F \sin 40 = - 600 \sin 40 = - 385,67$



$M_{/B} \vec{F} = M_{/B} \vec{F_x} + M_{/B} \vec{F_y}$

$M_{/B} F = F_x . 4 + F_y . 2$
$= 459,63 \times 4 - 385,67 \times 2$
$= 1067,18$ m N

Exercice 21 : Les forces $\vec{F}$ et $\vec{T}$, appliquées en I et J, schématisent les actions mécaniques exercées par d'autres roues dentées.

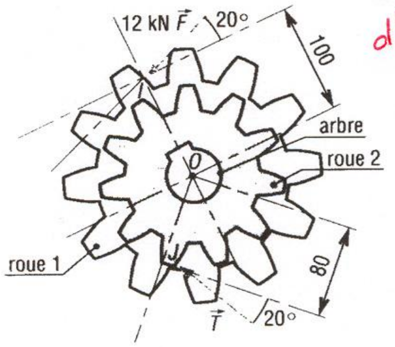
- *Calculer le moment en O de la force $\vec{F}$.*
- *A partir de quelle valeur la force $\vec{T}$ équilibre-t-elle le couple moteur engendré par $\vec{F}$?*

$M_{/O} \vec{F} = M_{/O} \vec{F_x} + M_{/O} \vec{F_y}$

$M_{/O} F_y = 0$

$M_{/O} F = 12 \cos 20 . 100 = 1127,63$

$M_{/O} T = T \times 80 \cos 20$



Il faut : $M_{/O} T = M_{/O} F$
d'où $1127,63 = T \times 80 \cos 20$

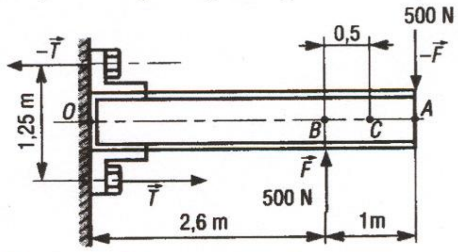
$T = \frac{1127,63}{80 \cos 20} = 14,999$

$T = 15$ kN

Exercice 22 :

- *Déterminer le moment résultant en O exercé par le couple de force $\vec{F}$ et $-\vec{F}$.*
- *Calculer le moment en A, B et C de la force $\vec{F}$.*
- *Quelle doit être la valeur de T pour que le couple engendré par les deux forces puisse équilibrer le couple précédent ?*

$\vec{M_O} = M_{/O} \vec{F} + M_{/O} -\vec{F}$
$M_O = F . 2,6 - F . 3,6$
$M_O = - 1 \times 500$
$M_O = -800$ m N



$M_{/A} F = - F . 1 = - 500$

$M_{/B} F = 0$

$M_{/C} F = - F . 0,5 = - 250$

$\vec{M_O} = M_{/O} \vec{T} + M_{/O} -\vec{T}$ $\Rightarrow -800 = -T . 0,625 - T . 0,625$

$\Rightarrow T = \frac{800}{1,25}$

$T = 640$ m N

Exercice 23 : Le rayon R d'enroulement de la courroie sur la poulie est de 100 mm, $\vec{T}$ et $\vec{t}$ schématisent les efforts de tension.

- *Calculer le moment résultant en A des forces.*
- *Déduire le couple disponible sur l'arbre de transmission.*

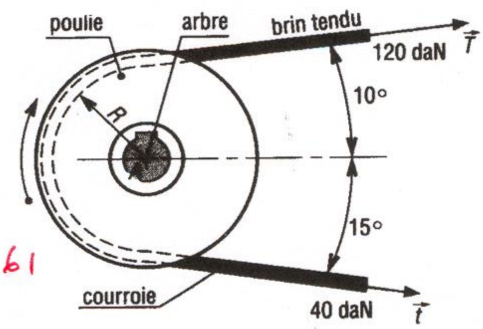
$\vec{M_A} = M_{/A}\vec{T} + M_{/A}\vec{t}$

$M_{/A}T = -100 . T . \cos$ 10° = - 11817,7

$M_{/A}t = 100 . t . \cos 15 = 3863,7$

$M_A = -11276,3 + 3863,7 = -7412,61$

Couple disponible : 7,4 mN



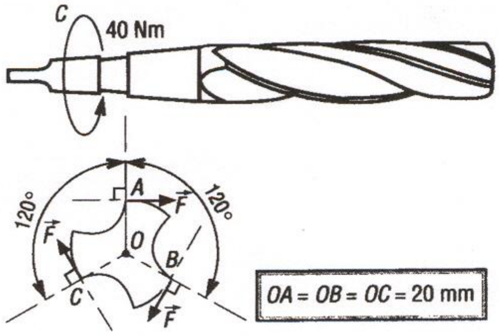
Exercice 24 : Le couple transmis par l'arbre moteur au foret est $C = 40\ Nm$.

- *Déduire les efforts de coupe $\vec{F}$ exercés sur les trois lèvres.*

$C = 3 . M_{/O}\vec{F}$

$C = 3 . F . 0,02$

$F = \frac{40}{0,06} \Rightarrow F = 666,6\ N$



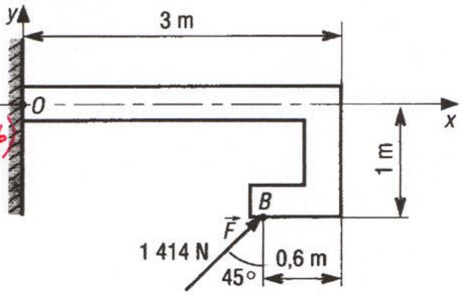
Exercice 25 :

- *Calculer le moment en O de la force $\vec{F}$ agissant au point B.*

$M_{/O}F = M_{/O}F_x + M_{/O}F_y$

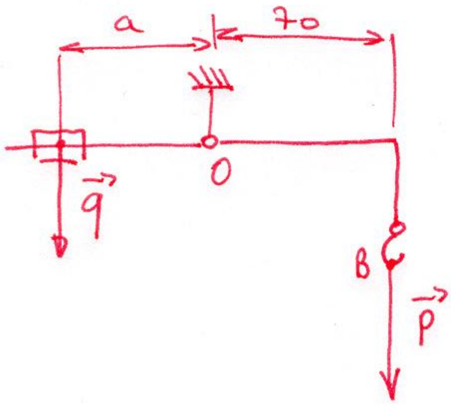
$M_{/O}F = 1414 . \cos 45 + 1414 \sin 45 . (3 - 0,6)$

$M_{/O}F = 3399,49$



Exercice 26 : Une balance romaine se compose d'un balancier 2 articulé en O sur un crochet 1 lié à un support fixe et d'une ma d'équilibrage mobile 3 (a variable) de poids q=5 daN. La masse à peser, poids $\vec{P}$, est suspendue en B par l'intermédiaire d'un crochet 4. a=70 cm.

- *Déterminer la valeur de $\vec{P}$.*



$M_{/O}\vec{q} + M_{/O}\vec{P} = \vec{0}$

$q . a - P . 70 = 0$

$P = \frac{5a}{70}$